UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
Fachrichtung 6.1 (Mathematik)
Prof. Dr. Mark Groves
MSc Jens Horn

Mathematik für Informatiker 1, WS 2018/19
Übungsblatt 5

---

1. Berechnen Sie $(1552303, 233927)$ und bestimmen Sie ganze Zahlen m und n derart, dass

$$(1552303, 233927) = 1552303m + 233927n.$$

2. Es seien a und b natürliche Zahlen und $d = (a, b)$.

(a) Zeigen Sie, das d das kleinste Element der Menge

$$\{ma + nb : m, n \in \mathbb{Z}\} \cap \mathbb{N}$$

ist.

(b) Folgern Sie: Gibt es ganze Zahlen m und n mit $ma + nb = 1$, so ist $(a, b) = 1$.

3. (a) Berechnen Sie die Lösungsmenge der Gleichungen

$$x \equiv 2 \pmod{3},$$
$$x \equiv 5 \pmod{7},$$
$$x \equiv 8 \pmod{11},$$

indem Sie den chinesischen Restsatz zweimal anwenden.

(b) Was sind die letzten beiden Ziffer der Zahl 49^{19}? [Hinweis: Wir wollen die Zahl $49^{19} \pmod{100}$ berechnen. Es gilt $100 = 25 \times 4$.]

4. (a) Zeigen Sie mithilfe des kleinen Satzes von Fermat, dass 63 und 341 keine Primzahlen sind. [Hinweis: Es ist $62 = 6.10 + 2$, $340 = 3.113 + 1$ und

$$1 \equiv 2^6 (\mathrm{mod}\ 63), \qquad 1 \equiv 56^3 (\mathrm{mod}\ 341).]$$

(b) Zeigen Sie mithilfe des kleinen Satzes von Fermat, dass 561 und 32769 keine Primzahlen sind.

(c) Sei nun p eine Primzahl. Zeigen Sie mithilfe des kleinen Satzes von Fermat, dass

$$(a + b)^p \equiv (a^p + b^p) \pmod{p}$$

gilt.

(d) Berechnen Sie

$$(3743^{3709} + 7420^{11127})^{3709} \pmod{3709}.$$

[Hinweis: 3709 ist eine Primzahl.]